
Metodologia de determinare a curbei randamentelor

Conținut

1. Metodologia
2. Modelul curbei randamentelor
3. Estimarea modelului
4. Publicarea curbei randamentelor

1 Metodologia

Estimarea curbei randamentelor pentru o anumită dată se bazează pe o fereastră de date istorice mobile de 160 de zile. Această abordare permite modelului să estimeze curba randamentelor chiar dacă lipsesc date recente pentru anumite scadențe. Operațional, estimarea se efectuează o dată pe săptămână, iar curba estimată pentru o anumită dată va fi publicată. Cu toate acestea, în context, curba se estimează pentru toate zilele din cadrul ferestrei într-un singur lot, utilizând tehnica suprapunerii în timp (time-stacked technique), care este explicată mai detaliat în Secțiunea 3. Determinarea zilnică a curbei este esențială pentru evaluarea corectă a tranzacțiilor primite în zilele respective.

Datele utilizate pentru estimare sunt¹:

- tranzacții cu valori mobiliare de stat la rate fixe pe piețele primare, secundare, cotații și
- tranzacții interbancare și
- tranzacții cu certificate ale BNM (CBN) și
- tranzacții repo ale BNM și
- parametrii calibrați ai modelului și structura modelului.

Modelul este estimat ca o curbă zero, din care sunt derivate curba nominală corespunzătoare, factorii de actualizare și curba forward, toate acestea permițând evaluarea precisă a instrumentelor existente.

¹Banca Națională își rezervă dreptul de a exclude din calcul tranzacțiile apreciate ca efectuate la rate/prețuri exagerate.

2 Modelul curbei randamentelor

Modelul de bază este Modelul Polinomial Exponențial². Modelul descrie curba randamentelor cu cupon zero în fiecare zi t . Acesta are parametri variabili în timp $\beta_{0,t}, \beta_{1,t}, \beta_{2,t}, \beta_{3,t}$, și un parametru constant λ . Randamentul zero compus continuu $y_{t,\tau}$ în ziua t și scadența selectată τ este modelat astfel:

$$y_{t,\tau} = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} + \beta_{2,t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) + 2\beta_{3,t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \left(1 + \frac{\lambda\tau}{2} \right) \right), \quad (1)$$

Timpul este măsurat în zile și se utilizează convenția Actual/365 de zile atunci când sunt stabilite fluxurile de numerar pentru instrumentele observate și se determină parametrii modelului. Prin urmare, se consideră că anii au 365 de zile sau 366 de zile în anii bisecți. Cu toate acestea, atunci când randamentele se exprimă în procente pe an, se presupune că un an are 365 de zile.

Totuși, estimarea acestor parametri independent în fiecare zi într-un mediu cu date limitate ar duce la estimări extrem de instabile. Prin urmare, procedura de estimare presupune că β_{i,t_1} și β_{i,t_2} sunt cumva conectate, adică nu se modifică prea mult de la o perioadă la alta. Modul în care $\beta_{i,t}$ se modifică în timpul t este formalizat printr-un model stocastic descris mai jos.

În același timp, estimarea unui model pe o fereastră mobilă de 160 de zile cu patru parametri beta variabili în timp ar implica un set imens de parametri care trebuie estimați, în timp ce noi suntem interesați de ultimul set de parametri pentru a identifica doar curba de astăzi (denumită ulterior t^{max}). Săptămâna viitoare se va folosi o nouă fereastră de 160 de zile.

Prin urmare, rutina de estimare aplică următoarele constrângeri: se creează o grilă de zile, notată cu $s_1, s_2, \dots, s_N$. Grilele se distribuie uniform pentru a acoperi întreaga fereastră de estimare de 160 de zile, respectând condiția $s_1 \leq t^{min}$ și $s_N \geq t^{max}$.

²Serge-Moulin, (2018). Modelarea curbei randamentului: Modelul Polinomial Exponențial („EPM”), extensie a modelului Nelson-Siegel, ALM Vision

În calibrarea noastră implicită, se utilizează un cadru de 56 de zile, fiecare cadru $s_k - s_{k-1}$ fiind egal cu 56 de zile pentru toate valorile k . Cu toate acestea, modelul general permite flexibilitate în această privință. Acest lucru are ca rezultat $N = 5$ puncte și, prin urmare, cinci seturi de date în loc de 160.

La construirea grilei, se poziționează s_N astfel încât să se alinieze cu ultima dată de decontare a tuturor tranzacțiilor disponibile în setul de date (de obicei astăzi plus una sau două zile), plasându-l la mijlocul ultimului cadru. Ulterior, se setează valorile rămase $s_1, s_2, \dots, s_{N-1}$ în funcție de cadrul selectat pentru a acoperi întreaga fereastră de estimare.

Toți parametrii β_{i,s_k} din grila selectată se modelează prin random walk process³:

$$\beta_{i,s_k} = \beta_{i,s_{k-1}} + \varepsilon_{i,k}, \quad \text{for } i = 0, \dots, 3, k = 2, \dots, N, \quad (2)$$

unde $\varepsilon_{i,k} \sim N(0, \sigma(\beta_i)^2)$ și $\sigma(\beta_i)$ sunt erorile standard ale inovațiilor care nu variază în timp.

Situația este schițată în figura 1. Formal stabilim că $\beta_{i,t}$ ca fiind:

$$\beta_{i,t} = \begin{cases} \beta_{i,s_k} & \text{if } s_k = t \\ \frac{s_k - t}{s_k - s_{k-1}} \beta_{i,s_{k-1}} + \frac{t - s_{k-1}}{s_k - s_{k-1}} \beta_{i,s_k} & \text{if } s_{k-1} < t < s_k \end{cases} \quad (3)$$

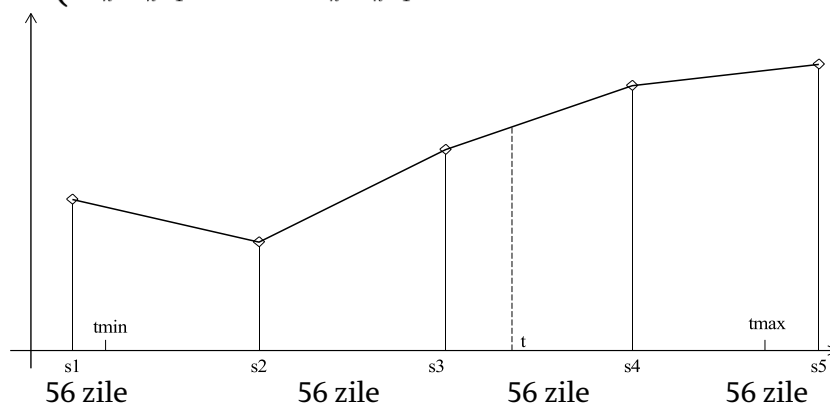


Figura 1: Interpolare beta

³Random walk process este un procedeu utilizat în seriile de date în care orice valoare viitoare este o combinație de valori curente cu oarecare erori sau devieri.

Există două modalități prin care ratele zero compuse continuu $y_{t,\tau}$ din ecuația (1) pot fi legate de prețurile observate în tranzacțiile istorice. În abordarea noastră, ratele zero $y_{t,\tau}$ se leagă de tranzacția observată prin însumarea actualizată a fluxurilor de numerar ale instrumentului. O abordare alternativă utilizată uneori în modelele practice ale curbelor randamentelor este de a lega direct (după transformări adecvate ale datelor) ratele zero $y_{t,\tau}$ de cotațiile randamentului până la scadență ale tranzacțiilor istorice. Totuși, acest lucru introduce o inconsistență internă în model, care este mai semnificativă pentru piețele în care instrumentele cu venit fix au rate ale cuponului ridicate.

Fie $P_{i,t}$ prețul brut al unei hârtii⁴ i în timpul t . Prețul poate fi calculat din fluxurile de numerar determinate și factorii de actualizare necunoscuți:

$$P_{i,t} = \sum_j c_{i,j} d_{t,\tau_j}, \quad (4)$$

unde j indexează toate fluxurile de numerar viitoare ale hârtiei i , $c_{i,j}$ este fluxul de numerar j , d_{t,τ_j} este un factor de actualizare între perioadele t și $t+\tau_j$, când are loc fluxul de numerar. Factorii de actualizare sunt implicați de curba randamentelor exprimată în randamente compuse continuu $y_{t,\tau}$ în procente pe an:

$$y_{t,\tau} = -\frac{100 \cdot M}{\tau} \log(d_{t,\tau}), \quad (5)$$

unde M este un parametru al modelului calibrat la 365, reprezentând numărul de zile dintr-un an.

Prețul teoretic brut $P_{i,t}$ se determină după formula :

$$P_{i,t}^{obs} = P_{i,t} \exp(\eta_{i,t}/100), \quad (6)$$

unde $\eta_{i,t}$ este o eroare de măsurare exprimată în procente și este modelată ca $\eta_{i,t} \sim N(0, \sigma(\eta_{i,t})^2)$. Parametrul $\sigma(\eta_{i,t})$ depinde de mai mulți factori, a se vedea secțiunea 3.

⁴Termenul general „hârtie” se referă la valori mobiliare de stat cu rată fixă și instrumente ale pieței monetare.

Pe lângă descrierea modului în care se determină erorile de măsurare din ecuația (6), modelul este acum complet specificat. Tabelul 1 enumeră parametrii modelului prezentat până acum.

Tabel 1: Parametrii modelului și scurta lor descriere

Parametrii	Estimat	Comentarii
β_{i,s_k}	da	Pentru $i = 0, 1, 2, 3$ și $k = 1, \dots, N$
λ	nu	Poziția primului vârf
$\sigma(\beta_i)$	nu	Dimensiunea inovației la un proces β_{i,s_k}
$\sigma(\eta_{i,t})$	nu	Mărimea erorii de măsurare a hârtiei i în t

Estimarea lui β_{i,s_k} și modelarea erorilor de măsurare $\sigma(\eta_{i,t})$ sunt descrise în secțiunea 3.

3 Estimarea modelului

În această secțiune se descrie cum sunt estimate β_{i,s_k} . Fie B un vector al tuturor β_{i,s_k} estimați; Θ un vector al tuturor celorlalți parametri (calibrați); Y o mulțime a tuturor observațiilor tuturor hârtiilor i disponibile pentru zilele $t^{min} \leq t \leq t^{max}$. Atunci probabilitatea datelor observate în acest model va fi $L(Y|B, \Theta)$. Deoarece Θ sunt fixați, se caută B pentru a maximiza ajustarea (densitatea).

$$p(B|Y, \Theta) \propto p(B|\Theta)L(Y|B, \Theta) \quad (7)$$

Asta înseamnă că se optimizează B pentru a obține:

$$\max_B p(B|\Theta)L(Y|B, \Theta) \quad (8)$$

Probabilitatea și densitatea parametrilor B sunt echivalente. Densitatea este egală cu densitatea inovațiilor implicate în distribuțiile lor independente respective.

$$p(B|\Theta) = \prod_{i=0}^3 \prod_{k=2}^N \frac{1}{\sigma(\beta_i)\sqrt{2\pi}} e^{-\widehat{\varepsilon}_{i,k}^2 / (2\sigma(\beta_i)^2)}, \quad (9)$$

unde $\widehat{\varepsilon}_{i,k}$ sunt realizări ale inovațiilor date de B .

Probabilitatea logaritmică este apoi dată ca:

$$\begin{aligned} \log(p(B|\Theta)) &= -\frac{3(N-1)}{2} \log(2\pi) - \sum_{i=0}^3 \log(\sigma(\beta_i)) \\ &\quad - \sum_{i=0}^3 \sum_{k=2}^N \frac{\widehat{\varepsilon}_{i,k}^2}{2\sigma(\beta_i)^2} \end{aligned} \quad (10)$$

Probabilitatea observațiilor este dată de distanța dintre prețurile brute observate și cele teoretice, scalată în funcție de mărimea erorii de măsurare, adică:

$$L(Y|B, \Theta) = \prod_{i,t}^{\text{all obs}} \frac{1}{\sigma(\eta_{i,t})\sqrt{2\pi}} e^{-\widehat{\eta}_{i,k}^2 / (2\sigma(\eta_{i,t})^2)}, \quad (11)$$

unde $\widehat{\eta}_{i,k}$ este distanța reală față de prețul teoretic brut.

$$\widehat{\eta}_{i,t} = 100 \log(P_{i,t}^{obs} / P_{i,t}). \quad (12)$$

Astfel, algoritmul de estimare poate fi rezumat după cum urmează:

1. Procesarea datele de intrare Y într-o structură adecvată
2. Obținerea parametrilor calibrați θ
3. Obținerea unei estimări inițiale a beta-urilor B_0
4. Optimizarea B începând de la B_0 pentru a obține maximum $\log(p(B/Y, \theta))$
5. Folosirea gradientului și funcției Hessian a $\log(p(B/Y, \theta))$ pentru a amplifica iterațiile
6. Obținerea $\widehat{B}$ optim
7. Implică curbele istorice și actuale ale randamentelor $y_{t,\tau}$ pentru orice $s_1 \leq t \leq S_N$

Este important de menționat că algoritmul de estimare este o estimare în timp suprapus (time-stacked technique), adică estimarea se face simultan pentru toate valorile $s_1, \dots, S_N$.

Ponderea datelor

Această secțiune descrie modelul pentru determinarea și calibrarea erorilor de măsurare din ecuația (6). Modelul pentru erorile de măsurare oferă o modalitate de a influența comportamentul unui model ca răspuns la observațiile de diferite tipuri. Cu alte cuvinte, modelul pentru erorile de măsurare oferă mijloace despre cum să se pondereze diverse observații și, prin urmare, cât de mult ar influența observațiile formarea curbei estimate.

Se disting următoarele observații: scadența reziduală, segmentul de piață, obligațiunile „off-the-run” sau „on-the-run”⁵, marja și volumul. Ecuația (13) reflectă aceste observații, împărțind eroarea de măsurare $\sigma(\eta_{i,t})$ pentru hârtia i în perioada t în factori.

$$\sigma(\eta_{i,t}) = \sigma \cdot \phi_{i,t}^{mkt} \cdot \phi_{i,t}^{rm} \cdot \phi_{i,t}^{off} \cdot \phi_{i,t}^{spr} \cdot \phi_{i,t}^{vol}, \quad (13)$$

unde:

- σ reprezintă ponderea dintre model și date,

⁵ O valoare mobilă „on-the-run” este cea mai recent emisă și, prin urmare, cea mai lichidă din valorile mobiliare emise periodic. Alte emisiuni, mai vechi, sunt denumite valori mobiliare „off-the-run”.

- $\phi_{i,t}^{mkt}$ reprezintă ponderea în funcție de segmentul de piață,
- $\phi_{i,t}^{rm}$ reprezintă ponderea în funcție de maturitatea reziduală,
- $\phi_{i,t}^{off}$ reprezintă ponderea obligațiunilor „on/off-the-run”,
- $\phi_{t,i}^{spr}$ reprezintă ponderea în funcție de marjă, și
- $\phi_{i,t}^{vol}$ reprezintă ponderea conform volumului.

Factorii iau formă exponențială⁶ și urmează a fi descriși mai jos.

Factorul σ reprezintă ponderea dintre model și date. Acesta permite influențarea faptului ca curba estimată să urmeze datele îndeaproape sau să nivelăm datele și să urmeze modelul îndeaproape.

σ este modelat ca și

$$\sigma = e^\alpha, \quad (14)$$

unde α este o constantă aleasă. În continuare se explică alegerea formei exponențiale. Dacă α este crescut, atunci se acordă mai multă pondere modelului și este mai probabil ca curba randamentelor să se niveleze în timp. Dacă α este scăzut, atunci se acordă mai multă pondere datelor și curba randamentelor va tinde să urmeze datele mai îndeaproape, în special în perioadele cu schimbări rapide.

Factorul $\phi_{i,t}^{mkt}$ reprezintă ponderea informațiilor provenite de pe diverse piețe. Ideea este de a acorda o pondere mai mare tranzacțiilor de pe piața monetară decât de pe alte piețe sau o pondere mai mare datelor de pe piețele primare decât cele secundare. Factorul de piață este:

⁶Alegerea formei exponențiale este motivată de ușurința interpretării parametrilor. Pentru a ilustra acest lucru, fie α_1 și α_2 doi exponenți ai factorilor, prin urmare $\sigma(\eta_{i,t}) = \sigma \exp(\alpha_1 + \alpha_2)$.

De reținut că ecuația de probabilitate (11) implică eroarea reală scalată prin eroarea standard care poate fi aproximată:

$$\frac{\widehat{\eta_{i,t}}}{\sigma(\eta_{i,t})} = \frac{\widehat{\eta_{i,t}}}{\sigma \exp(\alpha_1 + \alpha_2)} \approx \frac{\widehat{\eta_{i,t}}(1 - \alpha_1 - \alpha_2)}{\sigma}$$

Aceasta înseamnă că parametrii α pot fi interpretați ca o scădere efectivă a erorii reale $\widehat{\eta_{i,t}}$ în fracții și aceste fracții sunt cumulative.

$$\phi_{i,t}^{mkt} = \begin{cases} e^{\alpha_{pmbill}} & \text{piața primară a bonurilor de trezorerie} \\ e^{\alpha_{pmbond}} & \text{piața primară a obligațiunilor de stat} \\ e^{\alpha_{sm}} & \text{piața secundară a valorilor mobiliare de stat} \\ e^{\alpha_{quot}} & \text{cotații pe piața secundară} \\ e^{\alpha_{intbnk}} & \text{piața interbancară} \\ e^{\alpha_{repo}} & \text{tranzacții repo ale BNM} \\ e^{\alpha_{cd}} & \text{tranzacții cu certificate ale BNM} \\ e^{\alpha_{judg}} & \text{observații de judecată} \end{cases}, \quad (15)$$

unde α_{cd} este penalitatea selectată pentru rata CBN și în mod similar pentru alte valori α .

Observațiile de judecată ale pieței nu sunt la moment utilizate, dar, în general, ar putea fi utilizate și vor avea cea mai mare pondere în piață.

Factorul $\phi_{i,t}^{rm}$ reprezintă ponderea în funcție de maturitatea reziduală. Scopul fundamental este de a impune aceeași eroare de măsurare în rata efectivă anuală. În plus, este posibil, dar numai opțional, să se impună o pondere mai mică pentru hârtiile cu maturități reziduale lungi. Fie m o maturitate reziduală exprimată în ani a hârtiei i în perioada t . Factorul poate fi complet dezactivat sau poate lua forma:

$$\phi_{i,t}^{rm} = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}e^{-4m} + m\right) e^{m \cdot \alpha_{rm}} & \text{dacă factorul este activat} \\ 1 & \text{dacă factorul este dezactivat} \end{cases} \quad (16)$$

unde $\alpha_{rm} \geq 0$ este o penalizare suplimentară pentru fiecare an al scadenței reziduale.

De reținut că $\phi_{i,t}^{rm}$ scalează eroarea de măsurare $\sigma(\eta_{i,t})$ în ecuația (6), exprimat ca procent din prețul brut. Termenul linear m din ecuația (16) scalează eroarea de măsurare în rata efectivă anuală.

De exemplu, 1% din diferența de preț la scadența reziduală de 1 an este echivalentă cu $m \times 1\%$ diferență pentru scadența reziduală m în termeni de eroare echivalentă în rata efectivă anuală.

Totuși, păstrarea doar a lui m ca termen liniar ar implica faptul că eroarea de măsurare a prețului ar converge spre zero, cu maturitatea reziduală m tinzând spre zero. În practică, erorile de măsurare nu converg spre zero

dintr-un simplu fapt că cotațiile prețurilor sunt afișate cu un număr limitat de cifre zecimale. Un alt motiv este că există o piață restrânsă pentru instrumentele cu maturități foarte scurte, deoarece pot exista unele costuri de tranzacționare importante aproape de data scadenței.

Prin urmare, termenul $1/4e^{4m}$ se adaugă pentru a garanta că $\phi_{i,t}^{rm}$ este 0,25 dacă scadența reziduală se apropie de zero. În cele din urmă, termenul multiplicativ $e^{m \cdot \alpha_{rm}}$ reprezintă o penalizare suplimentară pentru fiecare an al scadenței reziduale, dar dacă α_{rm} este negativ, atunci modelul impune o pondere mai mare instrumentelor cu scadență mai lungă.

Factorul $\phi_{i,t}^{off}$ reprezintă ponderea obligațiunilor „on-the-run” versus obligațiunilor „off-the-run”.

Ideea este de a penaliza observațiile obligațiunilor „off-the-run”. Fie Δm_{min} un număr ales de ani. Fie m o maturitate reziduală a hârtiei i observată în timpul t . Obligațiunea i este considerată „off-the-run” în perioada t dacă există o hârtie mai nouă (nu neapărat o obligațiune) cu o maturitate reziduală nu mai mare de $m + \Delta m_{min}$. Atunci factorul obligațiunilor „off-the-run” este:

$$\phi_{i,t}^{off} = \begin{cases} e^{\alpha_{off}} & \text{dacă } i \text{ este „off-the-run” în } t \\ 1 & \text{dacă altfel} \end{cases}, \quad (17)$$

unde $\alpha_{off} \geq 0$ este penalizarea aleasă pentru obligațiunile „off-the-run”.

Factorul $\phi_{t,i}^{spr}$ reprezintă ponderea în funcție de marjă. Ideea este de a acorda o pondere mai mică tranzacțiilor cu marje mai mari.

Fie S^j o marjă (în puncte procentuale din rata efectivă anuală) tipică pentru tranzacțiile de pe piața j . Fie $S_{t,i}$ o marjă observată a datelor observate (rezultatele licitațiilor, cotații, etc.). Atunci factorul aferent marjei tranzacțiilor este:

$$\phi_{t,i}^{spr} = e^{\alpha_{spr,j}(S_{t,i} - S^j)/100}, \quad (18)$$

unde $\alpha_{spr,j} \geq 0$ este elasticitatea aleasă pentru tipul de piață j .

Factorul $\phi_{i,t}^{vol}$ reprezintă ponderea în funcție de volumele tranzacțiilor observate. Aici, ideea este de a acorda o pondere mai mică tranzacțiilor cu

volume mai mici. Fie V^j un volum tipic pentru tranzacțiile pe piață de tip j . Fie $V_{i,t}$ volumul tranzacțiilor observate pentru hârtia i în perioada t . Atunci factorul volumul tranzacțiilor este:

$$\phi_{i,t}^{vol} = \begin{cases} (V^{pmbill}/V_{i,t})^{\alpha_{vol,pmbill}} & \text{piața primară a bonurilor de trezorerie} \\ (V^{pmbond}/V_{i,t})^{\alpha_{vol,pmbond}} & \text{piața primară a obligațiunilor de stat} \\ (V^{sm}/V_{i,t})^{\alpha_{vol,sm}} & \text{piața secundară a valorilor mobiliare de stat} \\ (V^{intbnk}/V_{i,t})^{\alpha_{vol,intbnk}} & \text{piața interbancară} \\ (V^{cd}/V_{i,t})^{\alpha_{vol,cd}} & \text{tranzacții cu certificate ale BNM} \\ (V^{repo}/V_{i,t})^{\alpha_{vol,repo}} & \text{tranzacții repo ale BNM} \end{cases}, \quad (19)$$

unde $\alpha_{vol,j} \geq 0$ este elasticitatea aleasă pentru piața de tip j .

4 Publicarea curbei randamentelor

Curba randamentelor se estimează pe baza rezultatelor celor mai recente tranzacții cu valori mobiliare de stat denumite în lei moldovenești pe piețele primare și secundare, a cotațiilor publicate de dealerii primari, a tranzacțiilor interbancare, a operațiunilor cu certificate BNM și a operațiunilor repo ale BNM, în fiecare miercuri. Curba randamentelor se publică săptămânal, în fiecare miercuri, până la ora 14:00, pe pagina web oficială a Băncii Naționale a Moldovei.

În cazurile în care estimarea și publicarea curbei randamentelor cade în zile de sărbătoare legală, aceste procese se efectuează în următoarea zi lucrătoare.

Curba randamentelor se estimează și se publică de către Departamentul Piețe Financiare.